Glissades/Slidings

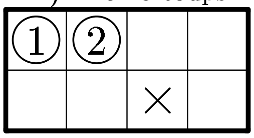
Alain Brobecker, 2010 - 2013

Ces puzzles sont inspirés du jeu Pushy 2 de Fred Williams qui est une version de Sokoban contenant des objets glissants.

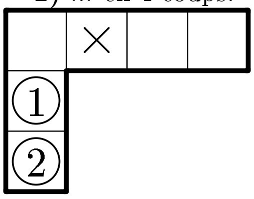
Les billes se déplacent en ligne droite jusqu'au prochain obstacle (un mur ou une autre bille). La croix n'est pas un obstacle et n'arrête donc pas les billes. Pourtant le but est qu'une des billes s'arrête sur la croix en N coups. Chaque problème a une solution unique.

Une version informatique en PuzzleScript (langage spécifique aux Puzzle Games, inventé par Stephen Lavelle) est disponible ici:
www.puzzlescript.net/play.html?p=8809041

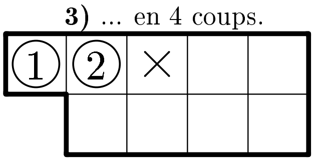
1) ... en 3 coups.



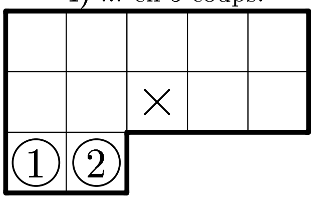
2) ... en 4 coups.



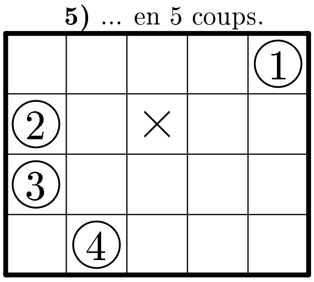
3) ... en 4 coups.



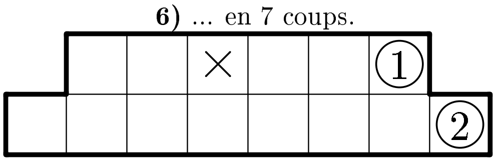
4) ... en 5 coups.



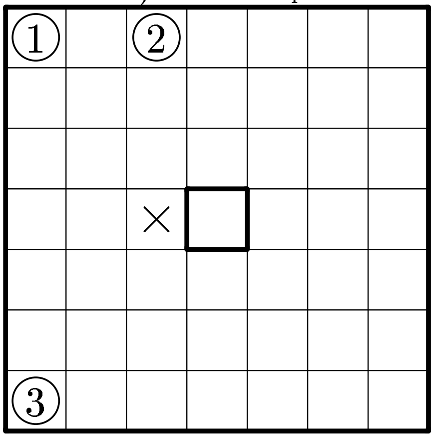
5) ... en 5 coups.



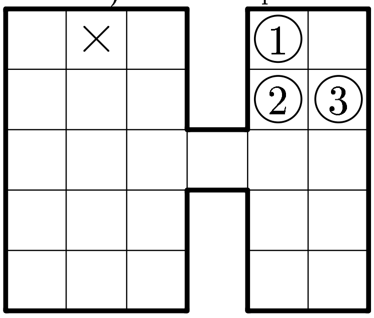
6) ... en 7 coups.



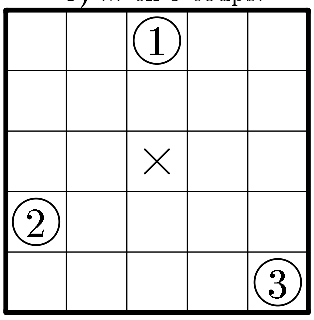
7) ... en 7 coups.



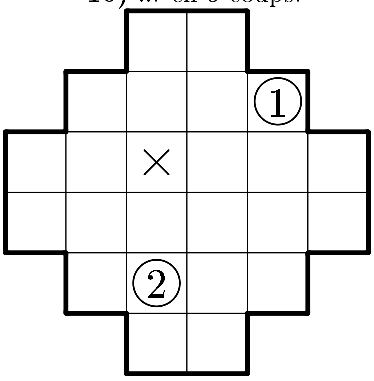
8) ... en 8 coups.



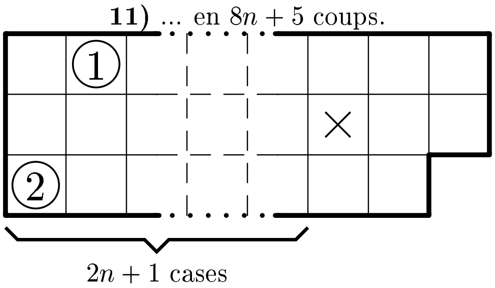
9) ... en 9 coups.



10) ... en 9 coups.

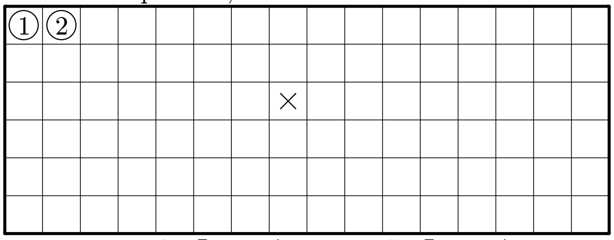


11) ... en $8n+5$ coups.

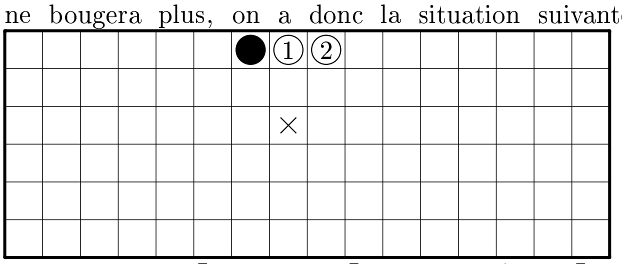


Théorème de Jean Fromentin: Sur n'importe quel rectangle de taille $m \times n$ avec $m > 1$ et $n > 1$, trois billes sont suffisantes pour atteindre n'importe quelle case *(Sur un rectangle $2 \times n$ deux billes sont suffisantes)*.

Démonstration:
Avec deux billes on peut atteindre n'importe quelle case du bord du rectangle. Par exemple pour se placer en haut du plateau, on s'amène à la situation:



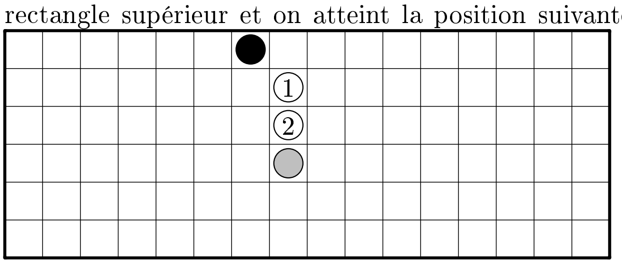
puis on fait ① ⇩ ⇨ ⇧ ⇦ ② ⇩ ⇨ ⇧ ⇦ ...
ce qui nous fait progresser sur le bord haut du plateau en visitant toutes les cases.
Si la 3ème bille est sur le passage on lui fait faire des aller-retours pour libérer le passage, ou on l'utilise pour progresser plus vite si sa position n'est pas importante. Avec cette méthode on place une bille en bloqueur sur le bord, une ligne ou une colonne à côté de la ligne ou colonne de notre cible. Cette bille ne bougera plus, on a donc la situation suivante:



puis on fait ① ⇩ ② ⇦ ⇩ ① ⇨ ⇧ ⇦ ⇩ ...
ce qui nous fait progresser sur la ligne ou colonne de notre cible en visitant toutes les cases.

Théorème: En dimension 3, sur n'importe quel pavé de taille $l \times m \times n$ avec $l > 1$, $m > 1$ et $n > 1$, quatre billes sont suffisantes pour atteindre n'importe quelle case.

Démonstration:
Avec la démonstration précedente, on se place sur le rectangle supérieur et on atteint la position suivante:



la bille grise fera office de bloqueur et se trouve une ligne à côté de la ligne contenant la cible. Les billes 1 et 2 vont faire des boucles dans la direction perpendiculaire au plan représenté et progresser sur la ligne en visitant toutes les cases.

Théorème: En dimension N, sur n'importe quelle pavé de taille $t_1 \times ... \times t_N$ avec $\forall i \in [1;N], t_i > 1$, $N+1$ billes sont suffisantes pour atteindre n'importe quelle case.

Démonstration:
Effectuer une récurrence sur N.

Merci à François Dessenne et Denis Vekemans pour les informations et discussions sur ces petits casses-têtes.

Solutions:

1) ② ⇨ ① ⇨ ⇩

2) ① ⇧ ⇨ ② ⇧ ① ⇦

3) ② ⇩ ① ⇨ ② ⇧ ① ⇦
Aller-retour (switchback) de la bille 2.

4) ① ⇧ ⇨ ② ⇧ ① ⇦ ⇩

5) ② ⇨ ③ ⇧ ① ⇦ ④ ⇧ ② ⇦

6) ① ⇦ ⇩ ② ⇦ ① ⇧ ⇨ ② ⇧ ① ⇦
Aller-retour de la bille 1.

7) ③ ⇨ ② ⇩ ③ ⇦ ⇧ ⇦ ① ⇩ ⇨

8) ② ⇩ ① ⇩ ③ ⇦ ① ⇧ ⇦ ② ⇧ ⇦ ⇧

9) ② ⇧ ⇨ ⇩ ③ ⇦ ⇧ ① ⇨ ⇩ ⇦ ⇧

10) ① ⇩ ⇦ ⇧ ⇦ ② ⇧ ① ⇨ ⇩ ⇦ ⇧

11) ① ⇦ ② ⇧ ① ⇨ ⇩ ⇦ ② ⇧ ⇨ ⇩ ⇦

① ⇧ ⇨ ⇩ ⇦ ② ⇧ ⇨ ⇩ ⇦ ...
Pour n donné, la solution est unique en $8n+5$ coups et il y a $n+1$ passages de la bille 1 et n passages de la bille 2 dans le coin supérieur droit (boucles des billes 1 et 2).